Chapitre 4

FILTRAGE NON-LINEAIRE

Filtrage par morphologie

Cas des images images binaires

Rappel : Opérateurs binaires classiques

X , Y , Z : variables booléennes ⇒ états possibles : '0' ou '1'

• opérateur **ET** : Z = X ET Y (noté Z = X **.** Y)

X	Y	Z
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

• opérateur **OU** : Z = X OU Y (noté Z = X + Y)

X	Y	Z
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

• opérateur **NON** : $Z = \overline{X}$

X	Z
0	1
1	0

Une variable qui ne peut prendre que deux états (vrai ou faux, allumé ou éteint, en haut ou en bas, positif ou négatif, noir ou blanc, …), est appelée une ***variable booléenne***. Typiquement, on attribue la valeur '1' à l'un des deux états possibles et '0' à l'autre.
On définit pour ces variables booléennes trois opérateurs de base :

- le 'ET', la sortie est à 'vrai' uniquement si les deux entrées sont à 'vrai' ;
- le 'OR', la sortie est à 'vrai' si l'une des deux entrées au moins est à 'vrai' ;
- le 'NON', la sortie est à l'état inverse de l'entrée.

Les ***« tables de vérité »***, qui caractérisent ces différents opérateurs, sont données sur la figure ci-dessus. On note également « A . B » pour « A et B », et « A + B » pour « A ou B ».
Notons que d'autres opérateurs binaires sont construits à partir de combinaisons de ces trois opérateurs de base : le 'NOR' (i.e. 'non ou'), le 'NAND' (i.e. 'non et'), le 'XOR' (i.e. 'ou exclusif'), …

Filtrage morphologique

➢ Concept :

- S'inscrit dans la théorie de description des images.
- Prise en compte de la forme des composants structurés de l'image.
- Applications basiques : traitement d'images binaires, extension au traitement d'images monochromes.

➢ Opérateurs :

- 2 opérateurs basiques ⇒ "EROSION" et "DILATATION"
- Combinaison de ces 2 opérateurs

  ⇒ 2 opérateurs complémentaires :

  "OUVERTURE" et "FERMETURE"
- Ces opérateurs dépendent d'un élément structurant.

Le filtrage morphologique repose sur la morphologie mathématique, basée sur une description ensembliste des images. Les opérateurs morphologiques privilégient la notion de forme plutôt que l'information sur l'amplitude des signaux. Ils s'appliquent aussi bien aux images binaires (deux niveaux : blanc ou noir) qu'aux images monochromes (en niveaux de gris).
Dans cette ressource, nous nous limitons au filtrage morphologique sur une ***image binaire***.
Ce filtrage non-linéaire fait appel à deux opérateurs de base (l'***érosion*** et la ***dilatation***) et à deux opérateurs complémentaires combinant les deux premiers (l'***ouverture*** et la ***fermeture***).
Ces opérateurs morphologiques utilisent une forme de référence avec laquelle le signal d'image est comparé localement. Cette forme de référence est appelée l'***élément structurant***.
Nous allons maintenant expliquer en détail le sens de ces termes.

Image binaire

- $L(m,n) \in \{0, 1\}$ $\forall(m,n) \in S$ support de l'image

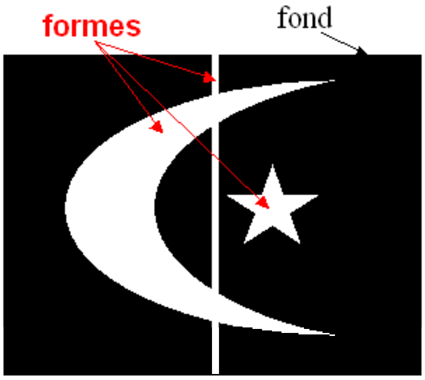
  $L = 0$ pixel de l'arrière plan (ou du fond)

  $L = 1$ pixel de l'objet (ou de la forme)

  ↳ 2 catégories : « fond », « forme »

- Forme(s) : X

  $X = \{ p \in S / L(p) = 1 \}$



Une image binaire est une image pour laquelle les pixels (m, n) n'ont que deux valeurs de luminance L(m, n) possibles, notées conventionnellement 0 (fond) et 1 (formes). On définit donc les formes 'X' comme étant l'ensemble des points 'P' d'affixe 'p', appartenant au support 'S' de l'image, tel que la luminance en ces points soit égale à 1 :

$$\mathbf{X = \{ p \in S / L(p) = 1 \}}$$

Une image binaire peut être obtenue par une numérisation dont la quantification ne comporte que deux niveaux de reconstruction, ou par une binarisation d'une image monochrome, notamment en utilisant son histogramme pour choisir un seuil adéquat (cf. exercice « Binarisation » du chapitre 2).

Éléments Structurants (images binaires)

➤ ***Élément structurant:***

un ensemble de pixels à 1 sur un support dans l'image avec une origine ayant comme coordonnées (0, 0) (pixel marqué en rouge dans les figures)

❖ 3 exemples typiques:

1	1	1

"centre du support"

- a -

élément structurant 1-D

0	1	0
1	1	1
0	1	0

- b -

1	1	1
1	1	1
1	1	1

- c –

éléments structurants 2-D

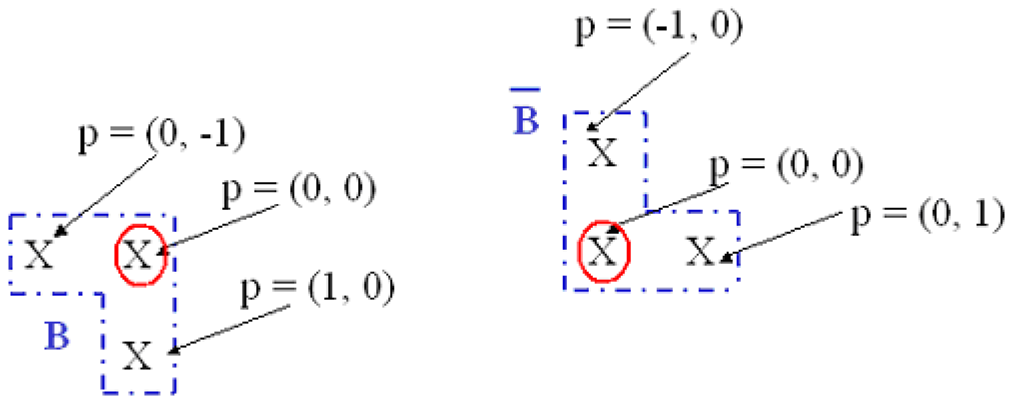
$$B = \{p \text{ de sorte que } L(p) = 1\}$$

élément structurant

symétrique: $\overline{B} = \{p \in B \Rightarrow -p \in \overline{B}\}$

L'**élément structurant**, B, est un ensemble de pixels à 1. Le point O de coordonnées (0, 0) fait généralement partie de B, mais pas obligatoirement.
Soit B un élément structurant composé d'un ensemble de points P d'affixe p. On définit alors $\overline{B}$, l'élément structurant symétrique de B, comme étant l'ensemble des points d'affixe '-p'.

Exemple :



Erosion Morphologique (par B)

Notation $X \ominus B$

Définition $X \ominus B = \{ p \in S \text{ tel que } B_p \subseteq X\}$

où B_p est la translation de B par p

- $X \ominus B$: ensemble des pixels d'affixe p de S tel que pour chaque p, B_p est complètement inclus dans l'objet X

Exemple :

Élément Structurant

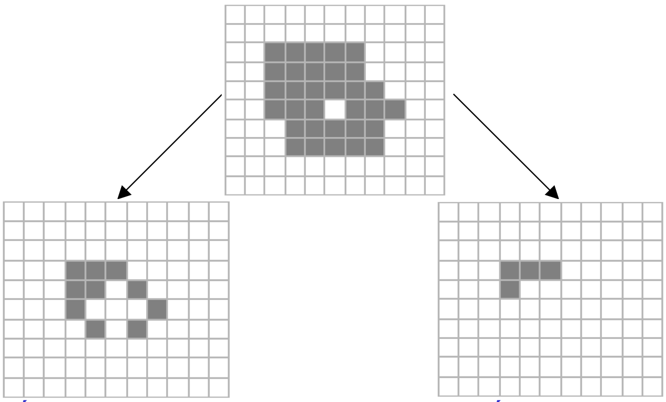
0	1	0
1	1	1
0	1	0

(a) élément structurant à 4-connexité

1	1	1
1	1	1
1	1	1

(b) élément structurant à 8-connexité

Image référence



Érosion avec (a)

Érosion avec (b)

L'érosion d'une forme X par un élément structurant B est notée « X⊖B ». Elle est définie par : **$X \ominus B = \{ p \in S$, tel que $B_p \subseteq X\}$**. Il s'agit donc de l'ensemble des pixels P d'affixe p du support S de l'image, qui vérifient $B_p \subseteq X$, lorsqu'ils sont pris comme centre de l'élément structurant B (i.e. translation de B par p).

La figure ci-dessus présente deux cas d'érosion. Les deux érosions sont réalisées sur la même image de départ, mais avec deux éléments structurant différents :

- <u>cas a</u> : L'élément structurant est à 4-connexité (origine à 4 voisins). Chaque pixel du support qui a la valeur 0, ou qui a l'un de ses 4 voisins à la valeur 0 est mis à la valeur 0 après filtrage.

- <u>cas b</u> : L'élément structurant est à 8-connexité (origine à 8 voisins). Chaque pixel du support qui a la valeur 0, ou qui a l'un de ses 8 voisins à la valeur 0 est mis à la valeur 0 après filtrage.

Dans les deux cas, on observe qu'une érosion élimine les pixels isolés sur le fond et érode le contour des objets.

Dilatation Morphologique (par B)

Notation : $X \oplus B$

Définition: $X \oplus B = \{ p \in S \text{ tel que } \overline{B}_p \cap X \neq \varnothing \}$

où $\overline{B}_p$ est le symétrique de B translaté par p

• $X \oplus B$: ensemble de pixels d'affixe p dans S tel que pour chaque p, $\overline{B}_p$ n'a pas d'intersection nulle avec X

Exemple :

Élément Structurant

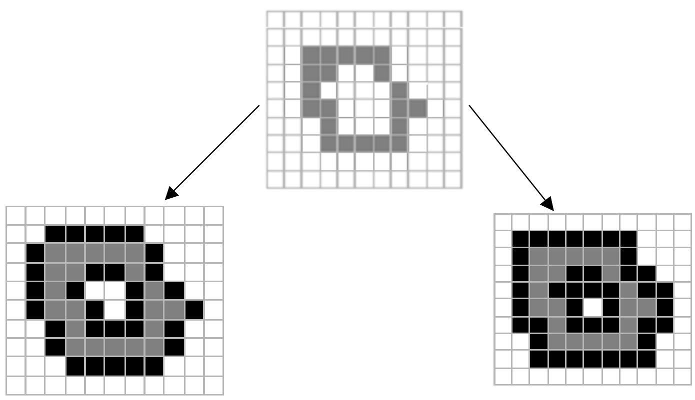
0	1	0
1	1	1
0	1	0

(a) élément structurant à 4-connexité

1	1	1
1	1	1
1	1	1

(b) élément structurant à 8-connexité

Image référence



Dilatation avec (a)

Dilatation avec (b)

La dilatation d'une forme X par un élément structurant B est notée « $X \oplus B$ ». Elle est définie par : $\mathbf{X \oplus B = \{ p \in S, \text{tel que } \overline{B_p} \cap X \neq \varnothing \}}$. Il s'agit donc de l'ensemble des pixels P d'affixe p, tel que le translaté $\overline{Bp}$, de l'élément structurant symétrique $\overline{B}$, ait une intersection non vide avec X.

La figure ci-dessus présente deux cas de dilatation.

- cas a : L'élément structurant est à 4-connexité. Chaque pixel du support qui est égal à la valeur 1, ou qui a l'un de ses 4 voisins à la valeur 1 est mis à la valeur 1 après filtrage.

- cas b : L'élément structurant est à 8-connexité. Chaque pixel du support qui est égal à la valeur 1, ou qui a l'un de ses 8 voisins à la valeur 1 est mis à la valeur 1 après filtrage.

Dans les deux cas, on observe qu'une dilatation élimine les trous isolés dans les objets et dilate le contour des objets en tenant compte de l'élément structurant.

Propriété : L'érosion par B de l'ensemble X^C complémentaire de X par rapport à S, est équivalente à la dilatation de X par B. On dit alors que l'érosion et la dilatation sont duales par rapport à la complémentation : $\mathbf{X \oplus B = (X^C \ominus B)^C}$

Filtrage par Érosion et Reconstruction

(par dilatations contraintes)

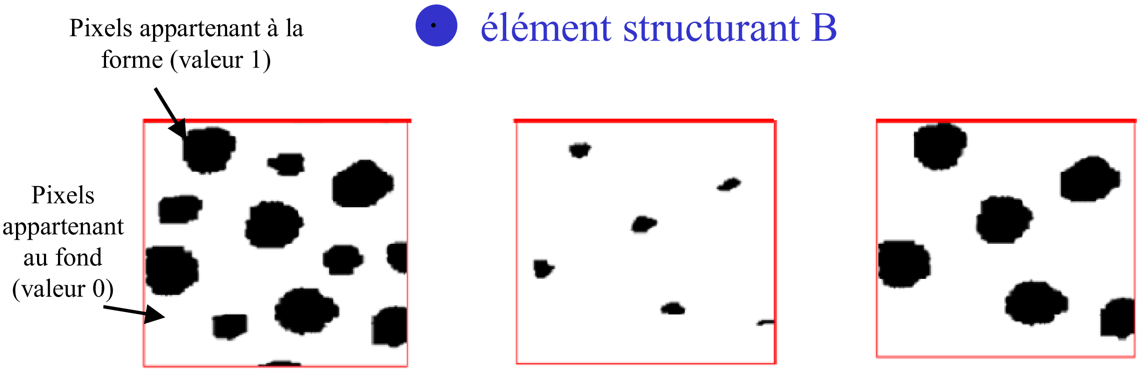


Image de référence I_a

Image I_b : Érosion de I_a par élément structurant B

I_c: Reconstruction à partir de I_b et de I_a

$$I_c = (\ldots(((I_b \oplus B) \text{ ET } I_a) \oplus B) \text{ ET } I_a)\ldots \qquad \ldots\ldots.)$$

jusqu'à l'idempotence de I_c

L'image I_b sert de point de départ pour la première dilatation dans la série de dilatations

La figure ci-dessus présente un exemple de reconstruction d'une image avec une succession de transformations T basées sur une première érosion par l'élément structurant B, puis une suite de dilatations par ce même élément structurant. La transformation T est définie par : « $T(X) = (X \oplus B)$ ***ET*** I_a ». L'image reconstruite I_c est obtenue par répétitions de la transformation T, jusqu'à l'idempotence de I_c. On a donc : I_c=ToTo…oToT(I_b). Dans le cas de l'image I_a, cette reconstruction permet de ne conserver que les tâches noires étendues de l'image, les tâches isolées de petites tailles sont supprimées.

<u>Remarque</u> : une transformation est idempotente si, après transformation, le résultat est invariant par la transformation i.e. ToT(X) = T(X). C'est le cas ici dans la mesure où l'on compare le résultat de la dilatation avec l'image de référence I_a (via l'opérateur binaire classique ET). Cette propriété assure la stabilité du filtre morphologique.

Ouverture Morphologique (par B)

Notation : $X \circ B$

Définition $$X \circ B = (X \ominus B) \oplus B$$

Érosion puis Dilatation

Effets : lissage de forme

- Suppression des petits détails de la bordure de l'objet
- Découpage des isthmes étroits

Fermeture Morphologique (par B)

Notation : $X \bullet B$

Définition $$X \bullet B = (X \oplus B) \ominus B$$

Dilatation puis Érosion

Effets: lissage de forme

- Le remplissage des canaux étroits et des petits trous
- Composants connectés

Propriété : Idempotence

$(X \circ B) \circ B = X \circ B$ $\qquad (X \bullet B) \bullet B = X \bullet B$

À partir des deux opérateurs morphologiques de base, que sont l'érosion et la dilatation, on peut, en les associant, engendrer deux autres transformations morphologiques qui sont l'ouverture et la fermeture morphologique (transformations idempotentes). On définit :

- L'**Ouverture** de X par B, notée X o B.

C'est l'opération correspondant à l'érosion par B suivie de la dilatation par B. Soit :

$$\mathbf{X \circ B = (X \ominus B) \oplus B}$$

L'ouverture d'une image binaire par un élément structurant circulaire adoucit les bords des formes en supprimant les détails finis de bord et coupe les isthmes étroits.

- La **Fermeture** de X par B, notée X • B.

De manière duale à l'ouverture, la fermeture correspond à la dilatation de X par B suivie de l'érosion par B :

$$\mathbf{X \bullet B = (X \oplus B) \ominus B}$$

La fermeture adoucit également les bords des formes X, bouche les canaux étroits, fusionne les objets proches les uns des autres et bouche les trous de petite taille.
À titre de résumé de la ressource, les différents filtrages morphologiques sont appliqués sur une image binaire de référence, avec un élément structurant à 8-connexité :

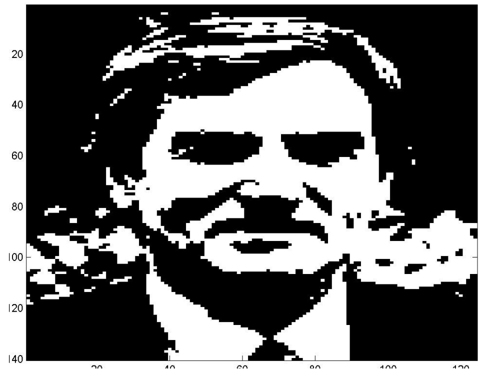


Image binaire de référence

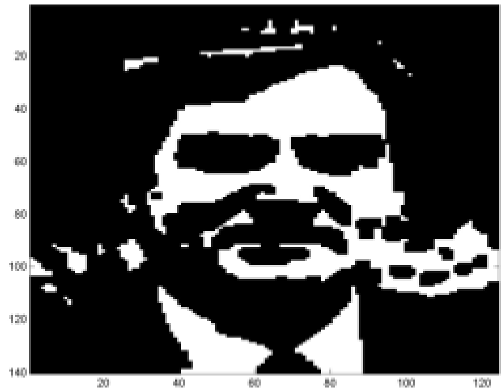


Image érodée

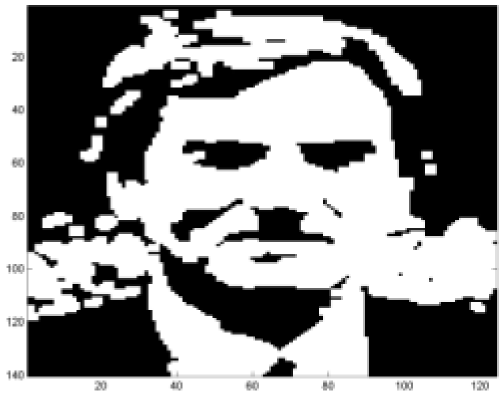


Image dilatée

Ouverture

Fermeture

Les ***formes*** sur l'image binaire de référence correspondent aux zones blanches du visage, de la chevelure, du col de chemise, et de la végétation derrière le personnage.
L'***érosion*** érode les contours et supprime les pixels isolés. À l'inverse, la ***dilatation*** élimine les trous et dilate les contours. Ces deux phénomènes sont nettement visibles, notamment, sur la végétation, et les zones claires de la chevelure du personnage.
L'***ouverture*** et la ***fermeture*** adoucissent les contours des formes (visage, végétation, …). Pour une ouverture, une érosion est d'abord utilisée. Cette dernière supprime certaines parties des formes qui ne pourront donc pas être ensuite dilatées. Sur l'image obtenue après ouverture,

certaines formes sont donc moins grandes que sur l’image obtenue après fermeture (chevelure, …)